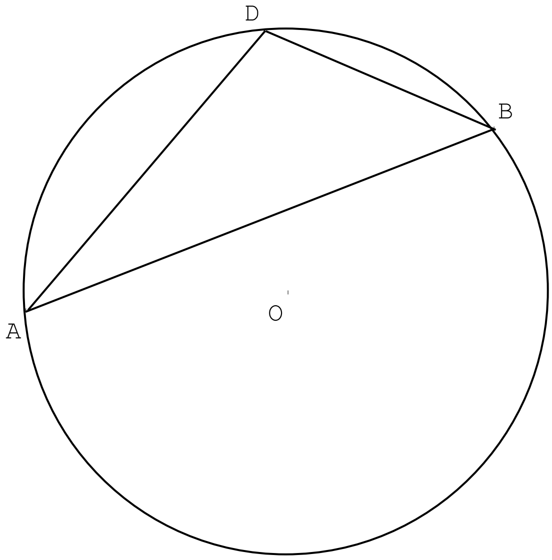
4ème Chap G3 TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE.
TRIANGLE RECTANGLE ET MEDIANES.

I) Triangle rectangle et cercle.

1) Triangle inscrit dans un cercle, cercle circonscrit à un triangle

Df: Si les trois sommets d'un triangle appartiennent à un même cercle, on dit que le triangle est inscrit dans le cercle. Le cercle est alors le cercle circonscrit au triangle.



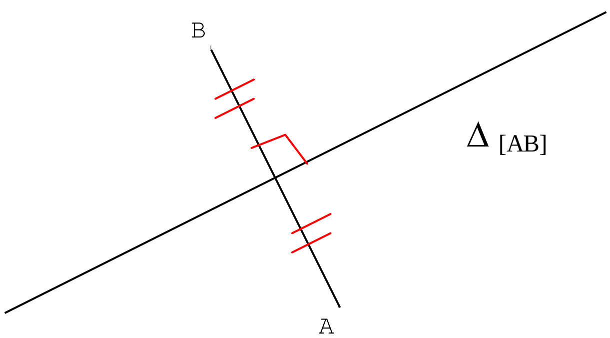
A $\in$ (C) , B $\in$ (C) et D $\in$ (C)
Donc le triangle ABD est inscrit dans le cercle (C) ou le cercle (C) est circonscrit au triangle ABD

2) Médiatrice des côtés d'un triangle.

a) Définition de la médiatrice d'un segment.

Df La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment passant par son milieu.

Construction à l'équerre et à la règle graduée.

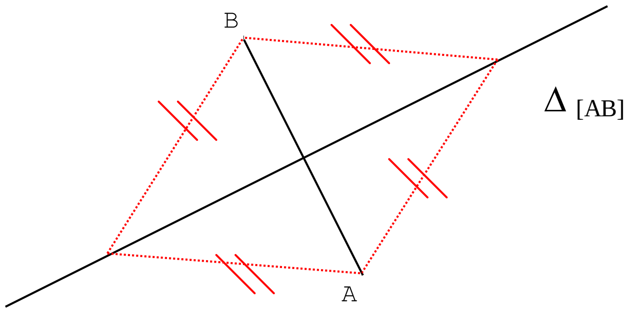


b) Propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment

Prop. Partie directe: Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est situé à égale distance des extrémités de ce segment.

Partie réciproque: Si un point est situé à égale distance des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

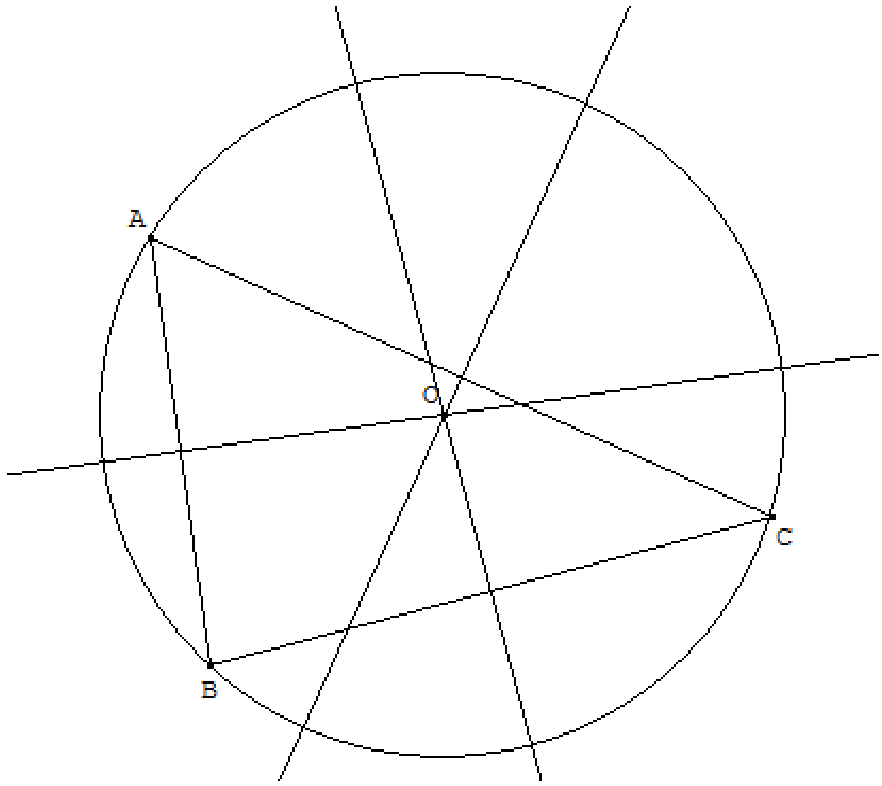
Construction au compas et à la règle non graduée.



3) Médiatrice et cercle circonscrit à un triangle

Prop : Dans un triangle, les médiatrices des côtés sont concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit au triangle .

Construction du cercle circonscrit à un triangle :

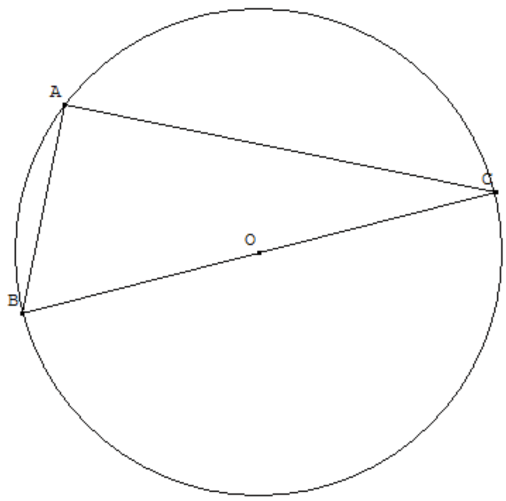


TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE. TRIANGLE RECTANGLE ET MEDIANES.

4) Triangle rectangle et cercle circonscrit.

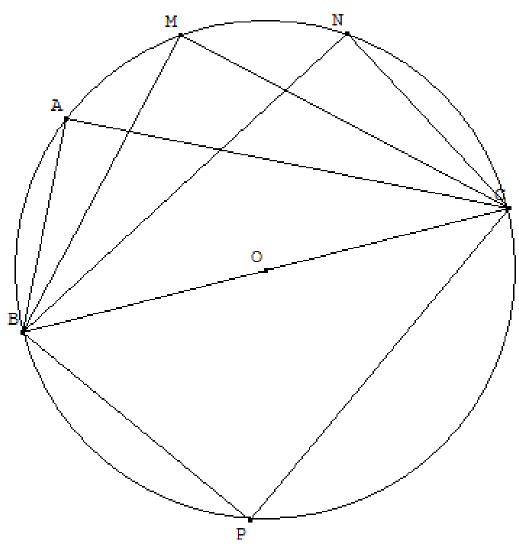
Prop : Si un triangle est rectangle, alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse.

Démonstration : tracer un triangle ABC rectangle en A, puis construire le point A' symétrique de A par rapport au milieu O de [BC] Puis à l'aide de propriétés du parallélogramme, montrer que ABA'C est un rectangle, qu'il a donc ses diagonales égales donc que A, B et C son sur un même cercle de centre O.



Prop réciproque : Si un triangle est inscrit dans un cercle qui a pour diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle et ce diamètre est l'hypoténuse.

Démonstration : tracer un cercle de centre O et un de ses diamètres [BC]. Placer un point A sur ce cercle, qui soit distinct de B et de C. Construire le point A' diamétralement opposé à A. Montrer que le quadrilatère ABA'C est un rectangle, donc que ABC est rectangle en A.



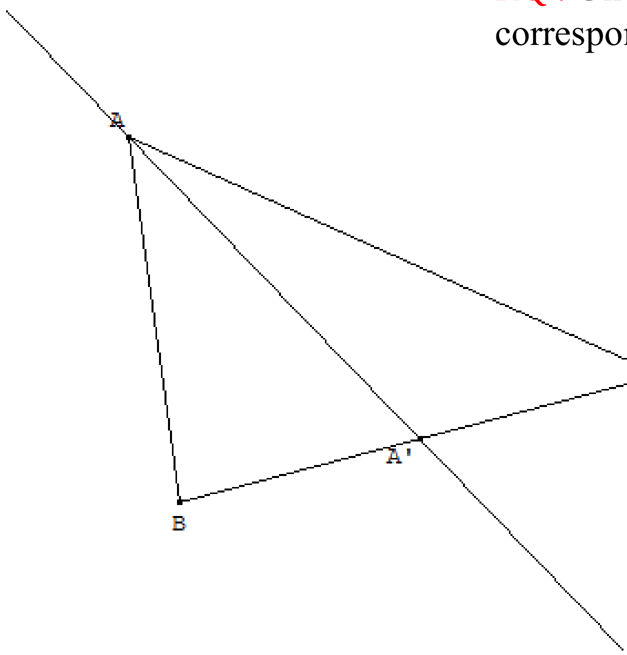
4ème Chap G3 **TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE. TRIANGLE RECTANGLE ET MEDIANES.**

II) Triangle rectangle et médianes.

1) Définition d'une médiane dans un triangle.

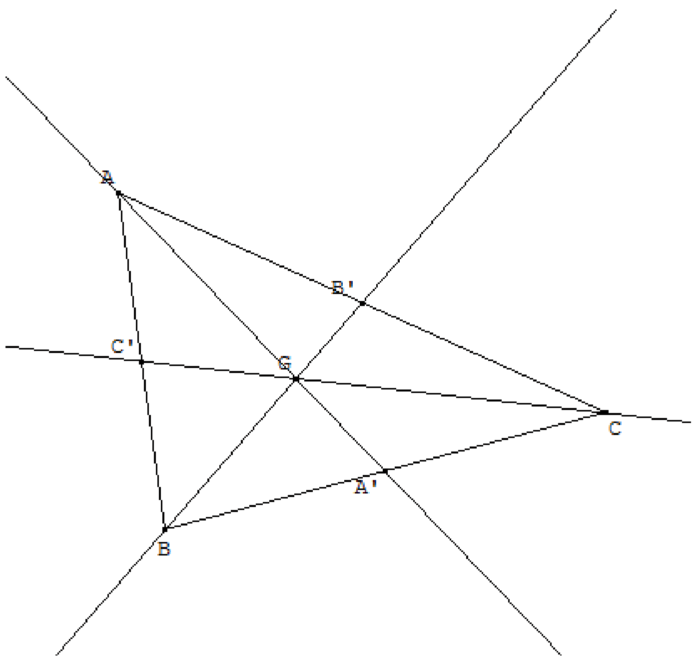
Df : Dans un triangle, une médiane est une droite passant par un sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.

RQ : On appelle aussi médiane le segment correspondant[AA']



2

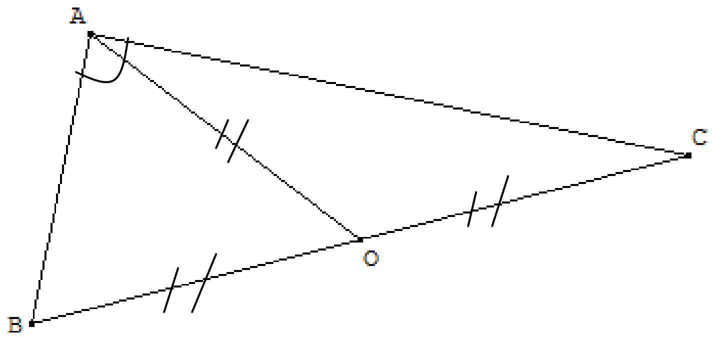
Prop : Dans un triangle, les trois médianes sont concourantes en un point qui est appelé centre de gravité du triangle.



TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE.
TRIANGLE RECTANGLE ET MEDIANES.

3) Triangle rectangle et médiane.

Prop : Dans un triangle rectangle, la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse vaut la moitié de la longueur de l'hypothénuse.



Le triangle ABC est rectangle en A, donc $AO = \frac{1}{2} BC$

Prop réciproque : Dans un triangle, si la longueur de la médiane relative à un côté vaut la moitié de la longueur de ce côté, alors ce triangle est rectangle et ce côté est l'hypoténuse.